Troisième / Agrandissements et réductions

1. Introduction :

Exercice 980

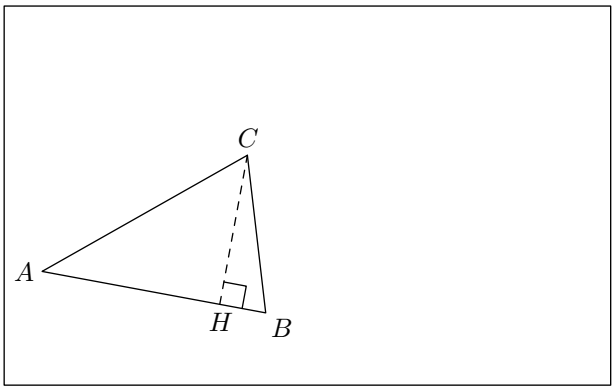
Recopier le tableau ci-dessous sur votre feuille et remplissez le à l'aide des touches racines carré $\sqrt{x}$ et racines n$^{\text{ième}}$ $\sqrt[x]{y}$

a	a^2	a^3
5		
	16	
		729

2. Agrandissement et réduction d'aires :

Exercice 5677

On considère le triangle ABC représenté ci-dessous :

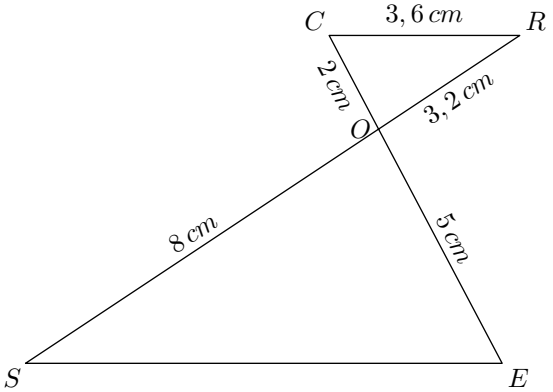


1. A l'aide du compas et de la règle non-graduée, tracer le triangle $AB'C'$ qui est un agrandissement de coefficient 2 du triangle ABC.
2. a. Dans le triangle ABC, on a les mesures :
   $AB = 3\,cm$; $CH = 2\,cm$
   Déterminer la mesure de la surface du triangle ABC.
   b. En déduire l'aire du triangle $AB'C'$.

3. Agrandissement et réduction d'aires :

Exercice 4209

Soit la figure ci-dessous *(les unités ne sont pas respectées)*



1. Montrer que les droites (CR) et (SE) sont parallèles.
2. Calculer la longueur SE.
3. On sait que le triangle CRO est une réduction du triangle OSE. Donner le coefficient de réduction.
4. Sachant que l'aire du triangle OSE vaut $6\sqrt{11}\,cm^2$, montrer que celle CRO vaut $0{,}96\sqrt{11}\,cm^2$

BY-NC

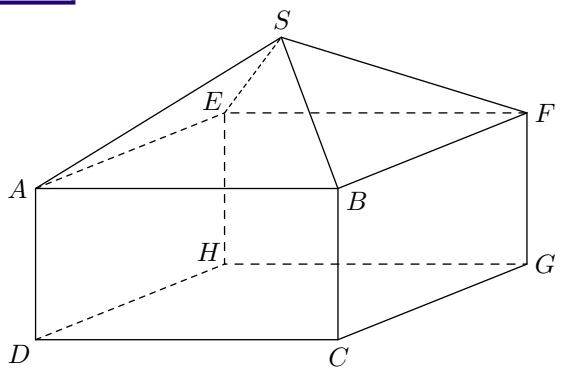
4. Agrandissement et réduction de volumes :

Exercice 982

La maquette de maison représentée ci-contre est composée :

- d'un pavé droit de dimensions :
  $AB = 30cm$; $AE = 20cm$; $AD = 5cm$
- surmonté d'une pyramide de hauteur $6\,cm$.

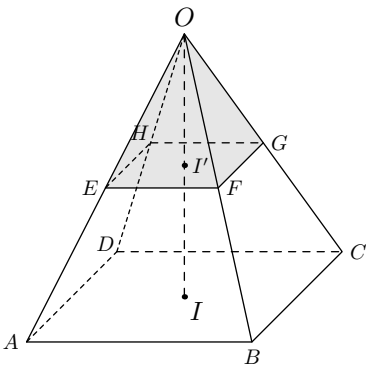
1. Calculer le volume $\mathcal{V}_1$ de cette maquette.
2. Sachant que cette maquette est une réduction de coefficient $1/50$ de la maison réelle, déduire de la premìere question le volume $\mathcal{V}_2$ en m^3 de la maison.



5. Section de pyramides et de cônes :

Exercice 5461

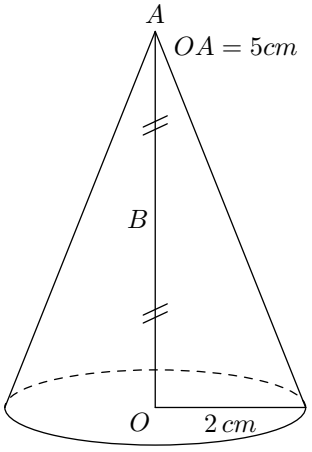
On considère une pyramide $ABCDO$ à base carrée $ABCD$ représentée ci-contre. On note I le pied de la hauteur de la pyramide et E le milieu de $[OA]$. On a les dimensions :
$AB = 3\,cm$; $IO = 4\,cm$
Le plan parallèle à la base passant par le point E intercepte la pyramide en formant le quadrilatère $EFGH$.



1. a. Quelle est la nature du quadrilatère $EFGH$.
   b. Justifier que le point F est le milieu du segment $[OB]$.
   c. Que peut-on dire de la pyramide $EFGHO$ vis-à-vis de la pyramide $ABCDO$.
2. a. Déterminer la mesure du segment $[EF]$.
   b. Donner l'aire $\mathcal{A}$ de la base $ABCD$ et l'aire $\mathcal{A}'$ de la vase $EFGH$.
   c. Donner la valeur du rapport $\dfrac{\mathcal{A}'}{\mathcal{A}}$ des aires.
3. La formule d'une pyramide est donnée par la formule :
   $\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times \mathcal{A}_B \times h$
   On admet que $OI' = 2\,cm$
   a. Donner le volume $\mathcal{V}$ de la pyramide $ABCDO$ et le volume $\mathcal{V}'$ de la pyramide $EFGHO$.
   b. Donner la valeur du rapport $\dfrac{\mathcal{V}'}{\mathcal{V}}$ des volumes.

Exercice 5457

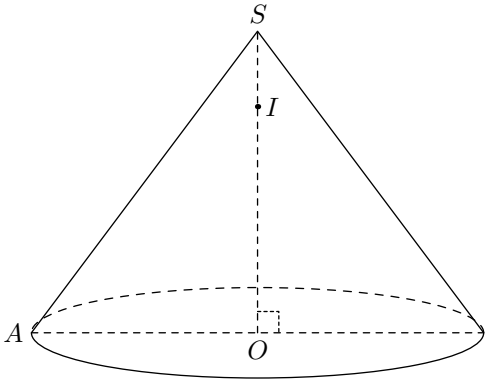
On considère un cône de r évolution de hauteur $5\,cm$ et dont la base a pour rayon $2\,cm$. Le point A est le sommet du cône et O le centre de sa base. B est le milieu de $[AO]$.



1. Calculer le volume du cône en cm^3. On arrondira à l'unité. On rappelle que la formule est $\mathcal{V} = \dfrac{\pi R^2 h}{3}$ où h désigne la hauteur et R le rayon de la base.
2. On effectue la section du cône par le plan parallèle à la base qui passe par B. On obtient ainsi un petit cône. Est-il vrai que le volume du petit cône obtenu est égal à la moitié du volume du cône initial ?

Exercice 983

On considère le cône ci-contre de sommet S et dont la base est le disque de rayon $[OA]$.
Ce cône a pour hauteur $SO = 8cm$ et pour génératrice $SA = 10\,cm$. I est un point du segment $[SO]$ tel que $SI = 2\,cm$.



1. Montrer que $OA = 6\,cm$.
2. Montrer que la valeur exacte du volume $\mathcal{V}$ du cône est

BY-NC

égale à $96\pi\,cm^3$. Donner la valeur arrondie au mm^3 près.

3. Déterminer, au degrés près, la mesure de l'angle $\widehat{ASO}$.

4. On coupe ce cône par un plan parallèle à sa base et passant par le point I. La section obtenue est un disque de centre I, réduction du disque de base.

   a. Déterminer le rapport k de cette réduction.

   b. Soit $\mathcal{V}'$ le volume du cône de sommet S et de base le disque de centre I. Exprimer $\mathcal{V}'$ en fonction de $\mathcal{V}$, puis donner la valeur arrondie de $\mathcal{V}'$ au mm^3 près.

Exercice 4204

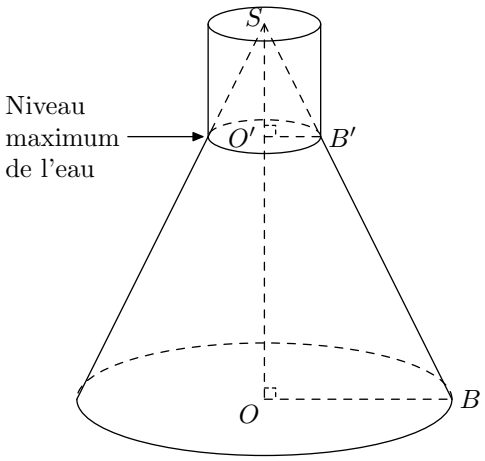
En travaux pratiques de chimie, les élèves utilisent des récipients, appelés erlenmeyers, comme celui schématisé ci-dessous :

Le récipient est rempli d'eau jusqu'au niveau maximum indiqué sur le schéma par une flèche.

On note :

- C_1 le grand cône de sommet S et de base le disque de centre O et de rayon OB ;
- C_2 le petit cône de sommet S et de base le disque de centre O' et de rayon $O'B'$.

On donne : $SO = 12\,cm$; $OB = 4\,cm$



1. Le volume $\mathcal{V}$ d'un cône de révolution de rayon R et de hauteur h est donné par la formule : $\mathcal{V} = \frac{1}{3}\times\pi\times R^2\times h$

   Calculer la valeur exacte du volume du cône C_1.

2. Le cône C_2 est une réduction du cône C_1. On donne $SO' = 3\,cm$.

   a. Quel est le coefficient de cette réduction ?

   b. Prouver que la valeur exacte du volume du cône C_2 est égale à $\pi\,cm^3$.

3. a. En déduire que la valeur exacte du volume d'eau contenue dans le récipient, en cm^3, est 63π.

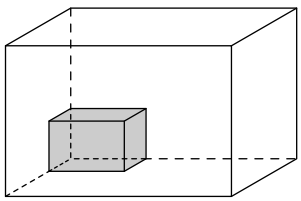
   b. Donner la valeur approchée de ce volume d'eau arrondie au cm^3 près.

4. Ce volume d'eau est-il supérieur à 0,2 litres ? Expliquer pourquoi.

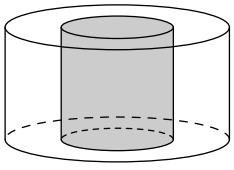
6. Agrandissement et réduction diverses :

Exercice 4210

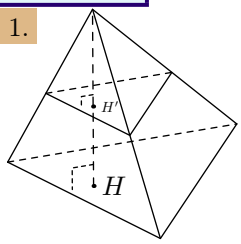
Répondez aux questions suivantes. Aucune justification n'est demandée.

1. 
Le volume du parallélépipède a été multiplié par 27. De combien ont été agrandies ses dimensions ? Et son aire latérale ?

2.
Dans cette poele, on peut préparer une paella pour trois personnes. En prenant une poele de dimensions quatre fois plus grandes, combien de personnes pourrez-vous inviter ?

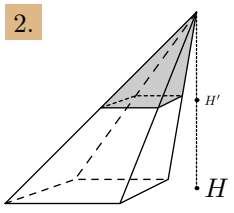
3. 
Le rayon du grand cylindre a été réduit par deux. De combien son volume a été réduit ? De combien a été réduite son aire latérale ?

Exercice 984

1. 

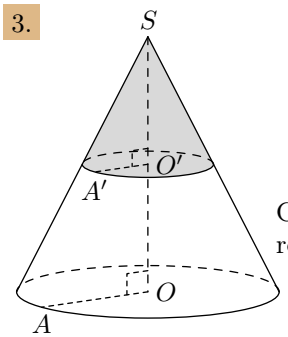
- La hauteur de la grande pyramide mesure $32\,cm$.
- La hauteur de la petite pyramide mesure $8\,cm$.
- Le volume de la petite pyramide est de $13\,cm^3$.

Calculer le volume de la grande pyramide.

2. 

- Le volume de la grande pyramide est de $576\,km^3$.
- Le volume de la petite pyramide est de $9\,km^3$.

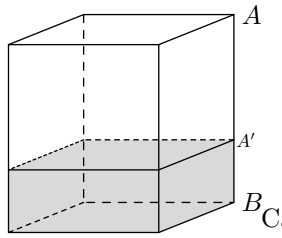
Montrer que l'égalité : $\frac{SH'}{SH} = \frac{1}{4}$

3. 

- L'aire de la petite base est de $27\,m^2$.
- L'aire de la grande base $108\,m^2$.
- La hauteur du grand cône de révolution est de $1\,m$.

Calculer la hauteur du petit cône de révolution.

BY-NC

4. 

- Le volume du petite parallélipipède est de $14\,dm^3$.
- Le rapport $\dfrac{BA'}{BA}$ des hauteurs des deux parallélipipède est de $\frac{1}{3}$.

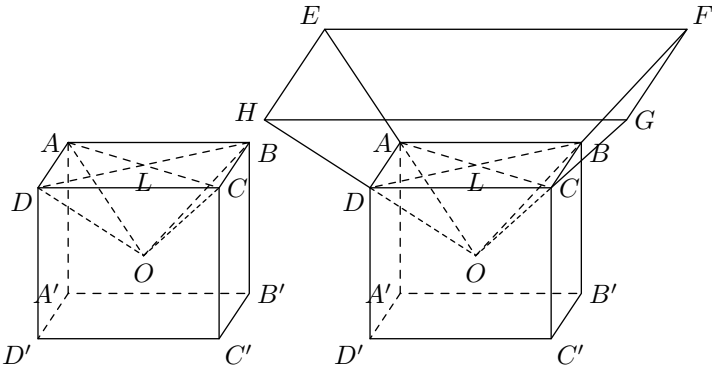
Calculer le volume du grand parallélipipède.

7. Problèmes de brevet :

Exercice 988

L'unité de longueur est le centimètre, l'unité d'aire est le centimètre carré, l'unité de volume est le centimètre cube.
On considère le pavé droit $ABCDA'B'C'D'$.
On note L le point d'intersection des segments $[AC]$ et $[BD]$.
On a creusé ce pavé en enlevant la pyramide $OABCD$ de hauteur $[OL]$. On a : $DD'=5$; $DC=6$; $DA=7$

Partie A



Dans cette partie, on a : $OL=4$.

1. Construire en vraie grandeur, la face $ABCD$ et placer le point L.
2. a. Calculer BD *(on donnera une valeur arrondie au dixième.)*
   b. En déduire DL *(on donnera une valeur arrondie au dixième)*
3. a. Calculer le volume du pavé droit $ABCDA'B'C'D'$.
   b. Calculer le volume de la pyramide $OABCD$.
   c. En déduire le volume du pavé creusé.

Partie B

Dans cette partie, on pose $OL=x$ où x est un nombre compris entre 0 et 5. Le pavé creusé que l'on botient est le socle en bois d'un trophée. Sur ce socle, on pose une pyramide en verre $OEFGH$ qui est un agrandissement de la pyramide $OABCD$, de rapport 2.

1. a. Calculer le volume de la pyramide $OABCD$ en fonction de x.
   b. Montrer que le volume du socle en bois est : $210-14x$.
2. Montrer que le volume de la pyramide en verre $OEFGH$ est $112x$
3. Calculer la valeur de x pour laquelle le volume de verre est égal à 2 fois le volume de bois.

Partie C

On considère les fonctions f et g définies par $f : x \mapsto 210-14x$ et $g : x \mapsto 112x$. Lorsque x est compris entre 0 et 5, la fonction f représente les variations du volume de bois et la fonction g représente les variations du volume de verre.

1. Représenter graphiquement les fonctions f et g pour x compris entre 0 et 5.
   Pour le repère, on prendra :
   - l'origine en bas à gauche de la feuille ;
   - sur l'axe des abscisses 2cm pour 1 unité ;
   - sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 25 unités.
2. a. On veut que le volume de bois et le volume de verre soient égaux.
   En utilisant le graphique, donner une valeur approchée de x pour qu'il en soit ainsi. *(faire apparaître le tracé ayant permis de répondre).*
   b. Retrouver ce résultat par un calcul.

255. Exercices non-classés :

Exercice 5920

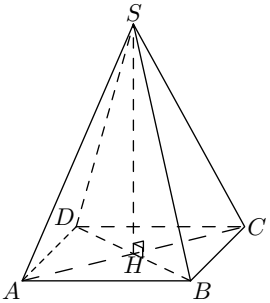
Une pyramide régulière de sommet S a pour base le carré $ABCD$ telle que son volume V est égal à $108\,cm^3$.
Sa hauteur mesure $9\,cm$.
Le volume d'une pyramide est donnée par la relation :

$$\text{Volume d'une pyramide} = \frac{\text{aire de la base}\times\text{hauteur}}{3}$$

1. Vérifier que l'aire de $ABCD$ est bien $36\,cm^3$. En déduire la valeur de AB.

   Montrer que le périmètre du triangle ABC est égal $12+6\sqrt{2}\,cm$.
2. $SMNOP$ est une réduction de la pyramide $SABCD$.

   On obtient alors la pyramide $SMNOP$ telle que l'aire du carré $MNOP$ soit égale à $4\,cm^2$

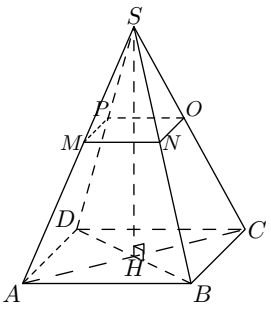


BY-NC

a. Calculer le volume de la pyramide $SMNOP$.

b. *Pour cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.*

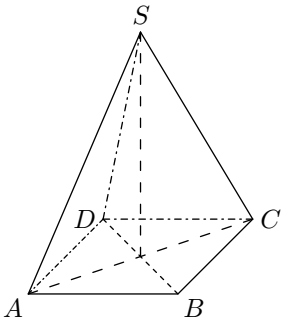
Elise pense que pour obtenir le périmètre du triangle MNO, il suffit de diviser le périmètre du triangle ABC par 3.
Etes-vous d'accord avec elle ?



Exercice 6299

Paul en visite à Paris admire la Pyramide, réalisée en verre feuilleté au centre de la cour intérieure du Louvre. Cette pyramide régulière a :

- pour base un carré $ABCD$ de côté 35 mètres ;
- pour hauteur le segment $[SO]$ de longueur 22 mètres.



Paul a tellement apprécié cette pyramide qu'il achète comme souvenir de sa visite une lampe à huile dont le réservoir en verre est une réduction à l'échelle $\frac{1}{500}$ de la vraie pyramide.

Le mode d'emploi de la lampe précise que, une fois allumée, elle brûle $4\,cm^3$ d'huile par heure.
Au bout de combien de temps ne restera-t-il plus d'huile dans le réservoir ? Arrondir à l'unité d'heures.

Rappel : *Volume d'une pyramide = un tiers du produit de l'aire de la base par la hauteur.*

Faire apparaitre sur la copie la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte lors de l'évaluation même si le travail n'est pas complètement abouti.

BY-NC